

MATEMÁTICA para la FORMACIÓN DOCENTE

Articulación DGES - FAMAF

Unidad Curricular: PROBLEMÁTICAS DE LA GEOMETRÍA II

Objetivo general de la propuesta

Proponer una secuencia de actividades que se caracterice por:

- permitir un abordaje de algunos de los ejes propuestos por el Diseño Curricular para Problemáticas de la Geometría II;
- favorecer la construcción de sentido sobre algunos conceptos y prácticas fundamentales para el desarrollo de este dominio de saber;
- propiciar la inclusión de los y las estudiantes en distintas dimensiones de la actividad matemática.

Fundamentación

Una pregunta fundamental que nos realizamos los y las docentes de los espacios curriculares del Campo de la Formación Específica en el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática (PESM) es ***¿Qué saberes matemáticos tiene sentido enseñar en la formación docente inicial y cómo realizarlo?*** En la sección “Consideraciones acerca del Campo de la Formación Específica” del Diseño Curricular se presenta una perspectiva para la formación inicial que otorga algunas pistas para responder a esta pregunta y que se constituyen como claves de lectura de las definiciones curriculares para cada unidad curricular. Entre ellas destacamos:

- *Este campo formativo está orientado a conocer y comprender las particularidades de la enseñanza de la Matemática en el Nivel Secundario, así como sus finalidades y propósitos en el marco de la estructura del Sistema Educativo y de la sociedad en general. (...)*
- *Los contenidos propuestos promueven el abordaje de saberes sustantivos para ser enseñados, vinculados con conceptos, procedimientos y prácticas centrales de las disciplinas de referencia; saberes relativos a las condiciones generales de su*

enseñanza y de su apropiación por los diversos sujetos de la educación y saberes orientados a la especificidad y complejidad de los contextos donde se aprende. (...)

- *Las unidades curriculares en las que se aborda la estructura formal de la Matemática priorizan una perspectiva vinculada con los procesos de problematización y modelización. “Problematizar” y “modelizar” son procesos que se implican recíprocamente, reflejando el carácter dinámico de la Matemática y funcionando en forma cíclica e integrada.*

- *La designación “problemáticas”, para diferentes unidades curriculares del campo, hace referencia a una posición crítica frente al saber matemático que procura desnaturalizar y complejizar su estatuto, dando cuenta de su origen, sentido y relevancia en el cuerpo de conocimientos propio de la disciplina.* (MEC, p.14, subrayado nuestro)

Es decir, se presentan algunos criterios generales para responder a la pregunta *¿Qué saberes matemáticos tiene sentido enseñar en la formación docente inicial y cómo realizarlo?*, destacando la necesidad de reflexionar sobre cuál es el grado de significatividad de cada saber por su relación con la enseñanza en el nivel secundario y sobre su participación en los procesos de problematización y modelización que definen en sustancia la actividad matemática. Se trata de generar un espacio para vivenciar la matemática de nivel superior como una actividad social de construcción de saberes que no pierda de vista que estamos formando docentes para el nivel secundario.

Debido a estas consideraciones, en cada espacio curricular se definen ejes de contenidos que ya no tratan de una acumulación lineal de conceptos. Para los docentes que fuimos formados en matemática superior de una manera tradicional, elaborar una alternativa a la lectura secuencial, que atribuye a cada palabra del eje un conjunto determinado de conceptos y resultados que se van concatenando respetando un orden estrictamente deductivo, es una tarea ardua que nos lleva a un terreno en donde las seguridades construidas por años de experiencia quedan en suspenso.

Asumir una posición crítica frente al saber matemático, dando cuenta de su origen y sentido, no puede de ninguna manera ser reducido a la vigilancia de un estricto orden lógico-deductivo dado por definiciones y teoremas. Dar cuenta del origen y sentido requiere proponer tareas que poco tienen que ver con ese orden, el cual generalmente fue instalado en la comunidad matemática muchos siglos después del momento de origen de las ideas centrales. Aun cuando pongamos como objeto de estudio a la demostración matemática, pretender que el estudiante construya el sentido sobre la misma por su sola exposición secuencial es una

falacia. Una demostración es un objeto matemático complejo, que poco tiene de secuencial, y su auténtico estudio requiere de estrategias adecuadas, tanto para abordarlo como para evaluarlo (el mero “recitado” de la demostración no es una evidencia confiable de aprendizaje ni de comprensión).

En relación a Problemáticas de la Geometría II, según las definiciones del Diseño Curricular del PESM, esta unidad curricular brinda la oportunidad de reelaborar en un lenguaje algebraico apropiado las propiedades y caracterizaciones de los objetos geométricos analizados en Problemáticas de la Geometría I. Esta reelaboración posibilitará el acceso a nuevas definiciones, el establecimiento de relaciones, y la exploración de un modo de argumentación enriquecido por el lenguaje y las propiedades del Álgebra. La trayectoria formativa iniciada en Problemáticas de la Geometría I con el abordaje y la caracterización de las figuras planas, y el desarrollo de un lenguaje con niveles crecientes de formalización continúa, en esta asignatura, con el reconocimiento de las limitaciones y potencialidades que presentan la Geometría sintética y la analítica, discernibles a partir del tratamiento de situaciones resolubles en uno u otro contexto.

Marco orientador sobre la secuencia didáctica

En esta propuesta nos aventuramos a desafiar una lectura lineal de los ejes de contenidos, apelando a tareas que permitan una construcción progresiva de los sentidos y conceptos fundamentales de cada eje y que impliquen una participación activa de los y las estudiantes. Hemos pretendido seleccionar tareas que materializan algunos aspectos de la actividad matemática que en algunas experiencias de enseñanza suelen dejarse de lado debido a la preeminencia de la preocupación por la transmisión directa de un conjunto de conceptos organizados deductivamente.

De todos modos, concebimos que esta secuencia no agota el marco de lo que se requiere trabajar como contenido de enseñanza del espacio curricular. Es decir, requiere de una necesaria complementación con otros problemas, recursos y aportes bibliográficos que puedan dar cuenta de la construcción conceptual que se debe desarrollar en la asignatura. En términos generales, la bibliografía existente constituye un buen apoyo para planificar este último tipo de recorridos, pero no suelen ser recursos adecuados para un primer abordaje, que es el que se propone en esta secuencia.

Hemos decidido secuenciar las actividades en función de un criterio de progresión definido, como una opción que hemos tomado entre otras posibles formas de sostener una

construcción de saberes con sentido. Esta lógica de secuenciación de las actividades se vincula al desarrollo progresivo de la práctica de algebrización de la actividad en geometría construida en primer año, que permite una entrada al sentido de la geometría analítica como superación de algunos límites de la geometría sintética. Consideramos que esta secuenciación supone una superación de la mera presentación de un texto de saber organizado deductivamente y se aproxima a un posible recorrido de aprendizaje que no excluya la construcción de sentido de los saberes y el involucramiento de los/as estudiantes en las actividad matemática. Comprendemos que esta modificación es compleja, y por ende requiere de una necesaria vigilancia por parte de cada docente sobre la matemática que se va construyendo con cada grupo de estudiantes.

Descripción general de la propuesta

La propuesta está estructurada en dos bloques de contenidos y un eje transversal de definiciones básicas.

Eje transversal: Definiciones básicas

Bloque 1: Estudio de cónicas

Bloque 2: Medición de áreas

Se espera que el eje transversal de definiciones básicas sea abordado durante todo el desarrollo de la Asignatura por medio de la escritura de una “enciclopedia” donde se incluyan definiciones, propiedades, teoremas, demostraciones, que vayan escribiendo las y los estudiantes a partir de lo trabajado en las diferentes clases de manera colaborativa en pequeños grupos.

La escritura de la “enciclopedia” permitirá que las distintas cuestiones que forman parte usualmente de una sección teórica de un curso de Geometría puedan ser trabajadas con una participación de las y los estudiantes en su producción. Esto posibilita que ciertos saberes puedan ser elaborados por el colectivo sin recurrir a una transmisión directa y definitiva de un cuerpo previamente armado. Además permitiría que, por ejemplo, si un profesor considera necesario trabajar sobre una propiedad específica se puede proponer que busquen información sobre ese contenido, que busquen diferentes definiciones en bibliografías variadas, ejemplos, documentos, videos, justificaciones. Todos estos “documentos” deberán ser analizados en clase, de forma tal de generar una práctica de análisis crítico, y progresiva comprensión del orden deductivo de la organización matemática del saber. Esta

"enciclopedia" será grupal e incluso puede haber instancias cuatrimestrales en que cada grupo exponga lo que logró sistematizar, y avanzar en intercambiar, completar, etc.

Además, se propone que los estudiantes escriban un portfolio con las tareas y construcciones realizadas, detallando en él los procedimientos, razonamientos, debates e interrogantes que surjan de las mismas.

Tanto la enciclopedia como el portfolio serán herramientas de seguimiento para el docente y servirán para retroalimentar el trabajo de las y los estudiantes.

A continuación se detallan las actividades propuestas y se incluyen recomendaciones para el docente a cargo de la unidad curricular.

ACTIVIDADES

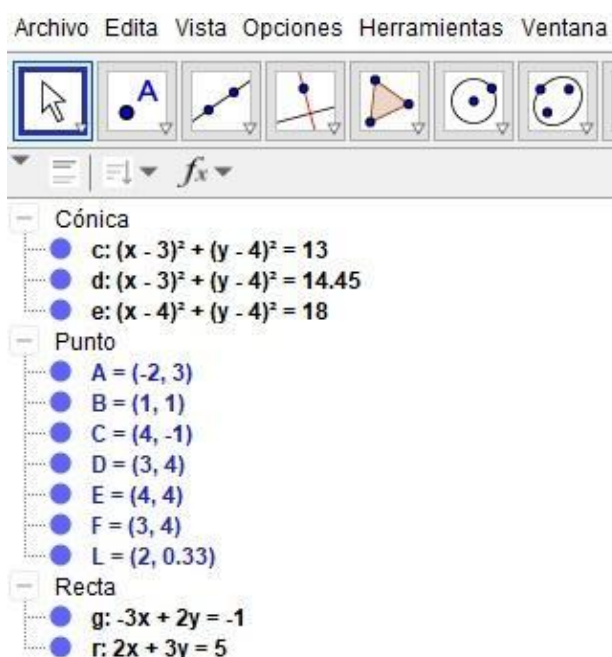
Actividad 1 (Adaptada de Colombo & Etchegaray, 2009)

Enunciado 1:

- a) En Geogebra, construya una circunferencia y un punto P exterior a ella. Luego, explore qué condiciones debe cumplir una recta que pase por P para ser tangente a la circunferencia. Es decir, se trata de encontrar un modo de construir dicha recta de modo que cuando movamos P o la circunferencia, la tangencia se mantenga invariable.
- b) Dada una recta r y un punto B, hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que son tangentes a r en B.

Enunciado 2:

- a) Explore en el Geogebra qué significación geométrica tienen la manera de representar las circunferencias y las rectas en la Vista Álgebra.
- b) Alguien en Geogebra realizó la construcción del enunciado 1 b). En la Vista Álgebra obtuvo lo siguiente:



¿Qué se puede saber antes de realizar la construcción en Geogebra?

c) ¿Cuál o cuáles de las circunferencias que trazó cumplen con ser tangentes a la recta r en B? Se sugiere para responder esta pregunta reproducir la construcción en Geogebra.

Recomendaciones para el docente

El sentido de esta primera actividad es realizar un primer modo de articulación entre geometría sintética y analítica, como una estrategia para que los y las estudiantes puedan construir sentido sobre ésta. En este caso las tareas propuestas son propias de la geometría sintética, como lo es construir una figura que cumple ciertas condiciones o hallar un lugar geométrico. La intención es que puedan experimentar un primer aporte de la integración del álgebra al trabajo geométrico, vinculado a la generalización.

En el primer enunciado se busca que los y las estudiantes construyan la propiedad de perpendicularidad de la recta tangente a la circunferencia, en el marco de la Geometría Dinámica, en el caso que no la conozcan, o que la reinviertan para resolver un problema en caso de que sí. También es intencionalidad de esta actividad que se conozca este entorno digital, ya que será estructurante de toda la propuesta. En particular, aquí este entorno permite en un primer momento la posibilidad de explorar qué sucede al trazar una recta e intentar buscar la tangencia moviendo dicha figura, cuestión que no es posible con el trazado en hoja. Aquí se propone también una tarea típica del trabajo en Geogebra: ¿cómo garantizar que se mantengan ciertas propiedades al desplazar ciertos elementos “de base” en una construcción? La intención es que entre ambas tareas puedan reconocer la necesidad de que

la recta sea perpendicular para poder hacer la recta invariablemente tangente, pero la apertura de la actividad puede llevar a intentos fallidos de construcción, que es lo que se espera. Es exploratoria. Si no se logra ver la perpendicularidad, se puede dar como ayuda en el trabajo el pedido de trazar radios de la circunferencia.

Geogebra tiene una herramienta que construye rectas tangentes a una circunferencia. Si algún estudiante la utiliza se puede sugerir que estudiando ese trazado “directo” puedan encontrar otro modo de construirla sin utilizar la herramienta.

Una vez definida la propiedad en el enunciado b) se espera que la utilicen para hallar el lugar geométrico.

En el caso del enunciado 2 se pretende hacer un primer acercamiento a la representación de las figuras geométricas a partir de ecuaciones características. En este caso primero en el ítem a) se intenta que los y las estudiantes deban construir un vínculo entre las representaciones algebraicas y geométricas de una circunferencia y de las rectas. Se sugiere mostrar la posibilidad de seleccionar en el menú desplegable “Ordenar por...” la opción “Tipo de Objeto” y “Descripción” para que ordenen la exploración, aunque lo que nos interesa es la representación algebraica. También que con el botón derecho muestra distintas formas para mostrar la ecuación de la recta. No se pretende por ahora institucionalizar las características de la fórmula de la circunferencia, que será objeto de trabajo más adelante, sino simplemente reconocer que existen representaciones algebraicas de estos objetos geométricos. De todos modos es importante que logren identificar el vínculo entre las coordenadas del centro de la circunferencia y los parámetros que la definen algebraicamente mediante un trabajo exploratorio. En cambio, para el caso de la recta sí se espera que se llegue a establecer alguna vinculación con la fórmula $y = ax + b$ posiblemente estudiada en los elementos de análisis matemático de la escolaridad previa.

En el caso del ítem c), la resolución que se pretende es puramente geométrica a partir de identificar estos elementos e intentar reproducir estas figuras en Geogebra con los datos algebraicos. Es decir, no se pretende una resolución algebraica, cuestión que sí se empieza a introducir en el enunciado 3. De todos modos sería importante que en las preguntas del ítem b) se llegue a establecer mediante trabajo algebraico sencillo si los puntos son centros de las circunferencias, y si pertenecen a las circunferencias o rectas. También sería bueno consultar si alguien recuerda del secundario cuándo dos rectas son perpendiculares.

En el caso del enunciado 3 el modo en que se plantea la consigna no impide una construcción geométrica en lápiz y papel (posible de realizar sólo si es que ya han deducido cómo se expresa el valor del radio en la ecuación de la circunferencia).

Actividad 2*Enunciado 1:*

Los puntos A y B pertenecen respectivamente a las rectas perpendiculares r y s . El segmento AB mide 8 y M es su punto medio. Hallar el lugar geométrico L de los todos los posibles puntos M.

Enunciado 2:

Las rectas r y s son los ejes de un sistema cartesiano, y los puntos A, B y M cumplen lo pautado en el enunciado 1.

- ¿Cómo podemos determinar sin realizar esa construcción en Geogebra, si el lugar geométrico L de todos los posibles puntos M incluye a $(3; 2,5)$, $(2; \sqrt{12})$, $(-\sqrt{8}; -\sqrt{8})$?
- ¿Qué tienen que cumplir las coordenadas $(x; y)$ de un punto para pertenecer al lugar geométrico L?
- Si en lugar de considerar como distancia entre A y B al valor fijo 8, consideramos la distancia n , ¿qué análisis podemos realizar?
- Si en lugar de considerar las rectas r y s como perpendiculares, consideramos que no lo son, ¿qué sucede con el lugar geométrico L?

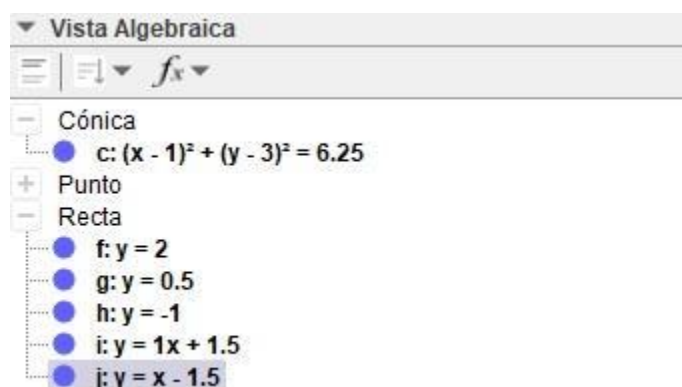
Recomendaciones para el docente

En esta actividad se pretende iniciar otro modo de articulación entre geometría sintética y analítica, a partir de enunciados iniciales que se plantean en el marco del primer tipo de geometría para avanzar hacia su representación en la otra geometría, como otro registro o campo en el cual se pueden resolver estos problemas. Particularmente, la intención de esta actividad es llegar a construir una manera de calcular distancias entre puntos y la ecuación de la circunferencia. En el ítem b se plantea un nuevo marco para el mismo problema del ítem a) al referirse al sistema de ejes cartesianos. Es interesante notar con los y las estudiantes que este nuevo enmarcamiento permite nuevas preguntas que son imposibles de plantear en la geometría euclidiana, ya que este sistema permite identificar puntos concretos, y relaciones que se pueden expresar algebraicamente. En particular a partir de las preguntas del enunciado 2 b y c se pretende que los y las estudiantes construyan la relación que caracteriza a la circunferencia de radio 4 (y luego n) y centro en el origen del sistema de coordenadas cartesianas. Para ello se espera que recurran al uso del Teorema de Pitágoras. Es decir, no es necesario que cuenten con una fórmula para calcular distancias entre puntos. De todos

modos, quizás luego de este problema se puede plantear la tarea de encontrar la distancia entre puntos, para que reinviertan esa estrategia y se avance en la formulación de la fórmula de cálculo de la distancia.

El ítem d sólo tiene la intencionalidad de mostrar que el dominio de validez de lo estudiado en los enunciados anteriores solo alcanza al caso en que las rectas son perpendiculares.

Actividad 3



A partir de esta imagen de la vista Álgebra, establezca (sin reproducir la construcción en Geogebra) si las rectas f , g , h , i , j son tangentes o no a la circunferencia c y, en cada caso, cuál es el punto de tangencia o los puntos de intersección.

Recomendaciones para el docente

Teniendo en cuenta que en la actividad 2 se ha construido la fórmula de la circunferencia, aquí se trata de un problema en el que pueden poner ese conocimiento en juego para realizar una construcción en lápiz y papel. Esto les puede permitir reconocer cuáles rectas son tangentes, secantes o no secantes con la circunferencia pero difícilmente el valor de algunos puntos de intersección. Esto muestra la necesidad de un abordaje algebraico. Además, particularmente es posible que una construcción a mano no muy precisa, muestre que j es tangente a la circunferencia, cuando no lo es, lo que puede ser verificado algebraicamente.

Actividad 4

- a) En el interior de un cuadrado ABCD se encuentra un punto E. ¿Cuál es el lugar geométrico de E en el cual los triángulos ABE y CDE tienen el mismo perímetro?

- b) ¿Existe algún otro punto F para el cual los triángulos ABE, CDE y ABF tengan el mismo perímetro? Si existe, ¿es único? ¿se puede determinar su lugar geométrico?
- c) ¿Existe algún otro punto F para el cual los triángulos ABE, CDE, ABF y CDF tengan el mismo perímetro? Si existe, ¿es único? ¿se puede determinar su lugar geométrico?
- d) Observe la construcción realizada en el enlace <https://gggbm.at/xqgkykaf> .
¿Qué características cumple el punto F? ¿Cumple lo pedido en el ítem b y en el c? ¿Cómo se construyó dicho punto según el protocolo de construcción?

Recomendaciones para el docente

La intención de esta actividad es que se encuentren con otra cónica, la elipse, a partir de ser solución del problema de la suma de la distancia a focos constante. En este caso, nuevamente los enunciados son planteados como un enunciado de geometría euclidiana. Se pretende que exploren con las herramientas de Geogebra. Particularmente que se puede calcular la suma de los valores de la longitud de segmentos y visualizar dicha suma en la pantalla.

El ítem d plantea un salto en la actividad. La idea es que a partir de la herramienta de visualización del protocolo de construcción vean que F es parte de un objeto nuevo: la elipse. Luego se busca que la caractericen según el contexto del problema.

Actividad 5

- a) Construya una elipse en Geogebra a partir de la herramienta “Elipse”. Estudie qué características tiene la ecuación algebraica cuando los focos se encuentran en el mismo eje horizontal o vertical.
- b) Indague en internet o en bibliografía qué propiedades cumple la elipse. Establezca luego algunas semejanzas y diferencias con la circunferencia.

Recomendaciones para el docente

En relación a las propiedades de la elipse, la entrada en la enciclopedia Wikipedia muestra rápidamente que existen muchas de ellas. Ahora bien, consideramos que puede resultar matemáticamente interesante ver algunas de ellas en el contexto del problema, que puede resultar insumos para construir la mini-enciclopedia del curso, pero que la selección de aquellas que serán exigidas “de memoria” deberían ser algunas pocas que caractericen fuertemente las diferencias y similitudes con otras cónicas. En particular, nos parece que esto se reduce al reconocimiento de que existen focos y ejes. También resulta interesante el

reconocimiento de la relación entre el valor de los parámetros de la ecuación y su construcción geométrica para el caso de ejes horizontales y verticales. Esto es lo que pretende explorarse en el ítem a)

Es importante aquí ver con el botón derecho las alternativas de ecuación que muestra el programa.

Actividad 6

Enunciado 1:

- a) Dada una recta r y un punto C , construir un triángulo isósceles CDE (con CE y DE congruentes) de forma tal que D esté en la recta r y DE sea perpendicular a r .
- b) Hallar el lugar geométrico de todos los posibles puntos E que cumplan las condiciones del ítem a. ¿A la forma de qué función se asemeja?

Enunciado 2:

- a) Dada la recta r sobre el eje de las abscisas, C el punto $(0;2)$ y D el punto $(5,0)$, hallar (sin realizar la construcción en Geogebra) las coordenadas del punto E que cumple las condiciones del enunciado 1.
- b) Dada la recta r sobre el eje de las abscisas, C el punto $(0;2)$ y D el punto $(X,0)$, hallar las coordenadas del punto E que cumple las condiciones del enunciado 1. Notar que resolviendo esto estaremos caracterizando algebraicamente el lugar geométrico de los puntos E . ¿A la fórmula de qué función se asemeja la expresión algebraica de la ordenada del punto E ?

Recomendaciones para el docente

En el caso de la actividad 6, el lugar geométrico que encuentren las y los estudiantes puede abarcar apenas algunos puntos por construir algunos triángulos diferentes. En ese caso, sería importante mostrar cómo con la herramienta “Lugar Geométrico” de Geogebra es posible hallar dicho conjunto solución.

En el enunciado 2 se solicita un tratamiento exclusivamente algebraico. Para poder realizar esto se requiere de cierto desarrollo previo de algunas técnicas básicas de geometría analítica como encontrar la recta que pasa por dos puntos, encontrar el punto medio de un segmento y hallar la perpendicular por un punto. El salto del ítem b) sea posiblemente complejo para algunos y algunas estudiantes pero se espera que puedan por lo menos interpretar la resolución del problema.

Actividad 7

- a) Construya una parábola en Geogebra a partir de la herramienta “Parábola”. Estudie qué características tiene la ecuación algebraica cuando la directriz es horizontal o vertical.
- b) Indague en internet o en bibliografía qué propiedades cumple la parábola. Establezca luego algunas semejanzas y diferencias con la circunferencia y la elipse.

Actividad 8

- a) Dados una circunferencia c de centro O y un punto A exterior a c , construya una circunferencia c' que pase por A y sea tangente a c .
- b) Dados una circunferencia c de centro O , un punto A exterior a c y un punto B de c encuentre el centro P de la circunferencia c' que pasa por A y es tangente a c en B .
- c) Dada la circunferencia c de ecuación $(x - 3)^2 + y^2 = 4$ y el punto $A = (-3, 0)$, encontrar las coordenadas del centro P de la circunferencia c' que pasa por A y es tangente a c en el punto $B = (3, 2)$.
- d) Dados una circunferencia c de centro O y un punto A exterior a c , encuentre el lugar geométrico de cada punto P que es centro de una circunferencia c' que pasa por A y es tangente a C .
- e) En la construcción del ítem c) varíe la posición de los puntos A y O y observe qué sucede con el lugar geométrico de los puntos P .
- f) Con la herramienta “Cónica por cinco puntos” construya una cónica que se superponga al lugar geométrico hallado. ¿Qué nombre le asigna Geogebra?

Actividad 9

- a) Construya una hipérbola en Geogebra a partir de la herramienta “Hipérbola”. Estudie qué características tiene la ecuación algebraica cuando los focos están sobre el eje de las abscisas.
- b) Indague en internet o en bibliografía qué propiedades cumple la hipérbola. Establezca luego algunas semejanzas y diferencias con la circunferencia, la elipse y la parábola.

Actividad 10

- a) Analice las siguientes construcciones en 3D evaluando qué figuras aparecen y en qué condiciones lo hacen.

<https://ggbm.at/vrvcu5ts>

<https://ggbm.at/tf3w79zd>

- b) Indague en Internet aplicaciones en la vida real de las cónicas.
c) Elabore una presentación que integre lo trabajado en ambos ítems.

Bibliografía consultada para las propuestas de Problemáticas de la Geometría I y II

Álvarez, M. (2014). *Relación entre Geometría sintética y analítica y TIC'S: análisis matemático-didáctico de una actividad* (tesis de maestría). Universidad Nacional de General Sarmiento.

Bombal Gordón, F. (2012). La cuadratura del círculo: Historia de una obsesión. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 105(2), 241-258.

Colombo, S., & Etchegaray, S. (2009). La reflexión en un espacio de formación inicial de Profesores en Matemática: Análisis de un sistema de prácticas geométricas. *Revista de educación matemática, número especial*. Recuperado a partir de: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10267>

Dalcín, L. M., & Molfino, V. (2012). Clasificación particional de cuadriláteros como fuente de demostraciones y construcciones en la formación inicial de profesores. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. 1(1), 81-97. (ISSN 2237-9657)

Elguero, C. Licera, M. (2016). La hipérbola. Una actividad de estudio e investigación desde la articulación entre la geometría sintética y geometría analítica. En G. Astudillo, P. Willging & P. Dieser (comp. y ed.), *Memorias VI Reunión Pampeana de Educación Matemática*, Santa Rosa: EdUNLPam.

Ferragina, R. & Lupinacci, L. (2013). Campo de problemas geométrico-algebraicos en la formación del profesor. Un posible estudio en entornos dinámicos. En P. Perry (Ed.), *Memorias 21° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp.187-194). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

García, J. C. B. (2009). Cuadratura, primera noción de área y su aplicación en la expresión del área de diferentes figuras geométricas como recurso didáctico en la extensión geométrica del Teorema de Pitágor. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, (17), 17-51.

Gascón, J. (2002). Evolución de la controversia entre geometría sintética y geometría analítica. Un punto de vista didáctico-matemático. *Disertaciones Matemáticas del Seminario de Matemáticas Fundamentales*, 28, 1-21.

Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria. *Suma*, 44, 25-34.

Gascón, J. (2004). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria II. La clasificación de los cuadriláteros convexos. *Suma*, 45, 41-52.

González Concepción, J.(2014). Formación inicial de profesores en Geometría con GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación*, 65(1), 161-172. (ISSN: 1022-6508)

Gutiérrez, Á. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. En A. Maz, B. Gómez & M. Torralbo (edit.) *Investigación en educación matemática- Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática* (pp.27-44). Córdoba, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba y la SEIEM.

Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (MEC, 2010).Diseño Curricular - Profesorado de Educación Secundaria en Matemática.

ⁱ Equipo de trabajo:

Viviana Audisio – Pamela Chirino – Nicolás Gerez Cuevas – Héctor Gramaglia – Natalia Heredia – Fernanda Viola.

Contacto: vgaudisio@gmail.com