MATEMÁTICA para la FORMACIÓN DOCENTE

Articulación DGES - FAMAF

Unidad Curricular: PROBLEMÁTICAS DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Objetivo General: Comprender elementos del cálculo infinitesimal como herramientas para analizar el comportamiento de fenómenos naturales, procesos sociales y estructuras matemáticas.

Fundamentación de la propuesta

En concordancia con lo que plantea el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba para el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática se propone una serie de actividades que recorren los cinco ejes sugeridos para Problemáticas del Análisis II.

Aprovechando algunos aspectos desarrollados en Problemáticas del Análisis Matemático I como la autonomía del estudiante, el abordaje interpretativo de la derivada en conjunto con las primeras técnicas de derivación, queda en este espacio la necesidad de profundizar en las aplicaciones de la derivada complementando el trabajo en relación a las integrales y cubriendo además un marco de trabajo en varias variables.

Dado que podemos afirmar que es muy difícil que un estudiante tenga un aprendizaje significativo con sólo ver definiciones, axiomas y teoremas perfectamente ordenados las tareas iniciales pondrán al estudiante en un lugar de leve incertidumbre que desembocará en un tratamiento intuitivo y exploratorio de los conceptos. Este trabajo obligará el uso en simultáneo de distintos registros de representación propiciando la comprensión y el abandono de prácticas empíricas para dar lugar a estructuras matemáticas más abstractas.

Recorrida por la propuesta

La propuesta consta de cuatro conjuntos de actividades que corresponden al inicio de los grandes bloques del espacio curricular: derivadas, integrales, integrales impropias en conjunto con series y análisis en varias variables.

Acompañando las actividades se presentan objetivos, recomendaciones para el docente en relación al acompañamiento de los estudiantes, el contenido abordar, tiempos de aplicación y formas de evaluación.

Atendiendo a las demandas y complejidades que sabemos que tienen nuestros estudiantes de nivel superior, y acompañando el desarrollo anual del espacio curricular, se sugiere que un estudiante por clase realice un texto de no más de 15 líneas que muestre lo acontecido durante ese tiempo. Como guía para realizar el registro se propone compartir con los estudiantes la siguiente serie de preguntas que sólo es orientativa pero que les permitirá focalizar en aspectos relevantes de sus aprendizajes y el de sus compañeros:

¿se abordaron contenidos/ procedimientos nuevos en esta clase o fue una clase de repaso?,¿notaste una conexión con lo trabajado en oportunidades anteriores?,¿la actividad resuelta te acercó a un objeto matemático nuevo, cuál?,¿qué característica tenía la tarea a resolver?¿para resolver la tarea se tuvo que aplicar un procedimiento nuevo o uno ya conocido?¿fue necesaria la elaboración de tablas o gráficas para avanzar en los proceso de resolución?,¿existieron puntos críticos en los cuales el docente tuvo que intervenir para permitir la resolución de la situación?,¿crees que entendiste lo que se hizo en clase?,¿crees que tus compañeros entendieron lo realizado?,¿tú o tus compañeros pararon el desarrollo de la clase para resolver alguna duda y cuál era esa duda?, ¿crees que necesitabas más conocimientos previos para llevar adelante la actividad?,¿realizaste más de un intento para resolver la actividad?,¿buscaron información extra en algún medio, cuál fue esa información?, ¿qué propuestas hiciste o hicieron tus compañeros?,¿tuviste que ayudar a tus compañeros en la aplicación de algún concepto o procedimiento?,¿lograste identificar errores durante tu proceso de resolución o el de tus compañeros, cuáles?

Es importante que el docente destaque que no se trata de un cuestionario exhaustivo a responder sino de una guía que puede orientar al estudiante a la elaboración del texto requerido. Sería conveniente además que estos registros sean elaborados en un documento compartido conformado por docentes y estudiantes.

Otra cuestión que puede tener en cuenta el docente del espacio curricular al proponer las actividades de esta planificación es presentar el primer ítem de cada actividad y recién de que esa pregunta sea resuelta, otorgar la siguiente.

De manera complementaria, y para facilitar el seguimiento de la propuesta por parte del equipo de DGES, se sugiere que el docente a cargo del espacio curricular nos haga llegar un relato el desarrollo de las clases orientado por las siguientes preguntas, entre otras posibles:¿Qué actividades se implementaron?, ¿Cuál fue el tiempo destinado por actividad?, ¿Qué dificultades encontró en la implementación?,¿Qué modificaciones hizo/haría para mejorar la actividad?, ¿Qué aspectos le parece interesante rescatar de los aportes, los debates y las producciones de los estudiantes, que permitan dar evidencias de lo que sucedió en el aula? (Puede adjuntar las respuestas de los estudiantes, fotos, archivos, etc. que sean pertinentes y aporten a la descripción de lo acontecido en clase)?, ¿cómo proyecta la próxima clase?

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

- *Primer conjunto de actividades -*

Actividad N°1

Objetivo: Recuperar los conocimientos previos de los estudiantes en relación a las funciones, las derivadas y sus formas de representación.

Tiempo estimado: 3 hs cátedra

¿Cómo invertir el dinero?

Una persona dispone de $20000 para realizar una inversión. Cómo no tiene muy claro qué hacer con el dinero acude a dos bancos que le proponen las siguientes rentabilidades de plazo fijo:

Banco A: cada mes le otorgará cada mes 5% del dinero inicial

Banco B: la tasa es de 2,5% mensual, capitalizado mensualmente.

¿Crees que siempre le conviene elegir el banco A? ¿Por qué? Justifica matemáticamente.

Actividades siguientes

Durante los dos primeros meses de desarrollo de la unidad curricular los estudiantes deberán trabajar con situaciones problemáticas que involucren:

- Gráfica y análisis de funciones que necesiten de las herramientas de diferenciación
- La resolución de situaciones que involucren actividades de optimización y que tengan como posible vehículo de resolución a la derivada como:

"Hay 320 metros de cerca para encerrar un terreno rectangular: a) ¿Cómo debería usarse la cerca para que el área encerrada sea la más grande posible? b)¿Será cierto que el rectángulo del perímetro dado que encierra mayor área es el cuadrado?

- El análisis de situaciones problemáticas que inviten a los estudiantes a la interpretación de la derivada en distintos momentos y no sólo en su punto máximo o mínimo como: analizar como varía el área total de un depósito abierto superiormente, en forma de prisma recto de base cuadrada de 50 m3 de volumen.
- La construcción de gráficas que lleven a que el estudiante reconozca a la derivada en sus distintas formas de representación, con situaciones como la siguiente:

  El consumo de kw también de una población es preocupación de las empresas responsables de proveer el servicio de energía eléctrica. Inclusive en la página web http://portalweb.cammesa.com/default.aspx se puede acceder al consumo en Mw (megavatios que equivale a un millón de watts) para diferentes momentos del día y para diferentes regiones del país. En función a la información brindada por ese portal, se provee la siguiente información correspondiente al día 24 de enero de 2017 para la Provincia de Córdoba, donde C es el consumo en Mv y t el tiempo transcurrido en horas.

  C´(4,17)=0

  C´(16,89)=0

Tiempo	**Razón de Cambio Instantánea**
2	-35,52Mw/h
8	37,17 Mw/h
2	-75,79 Mw/h

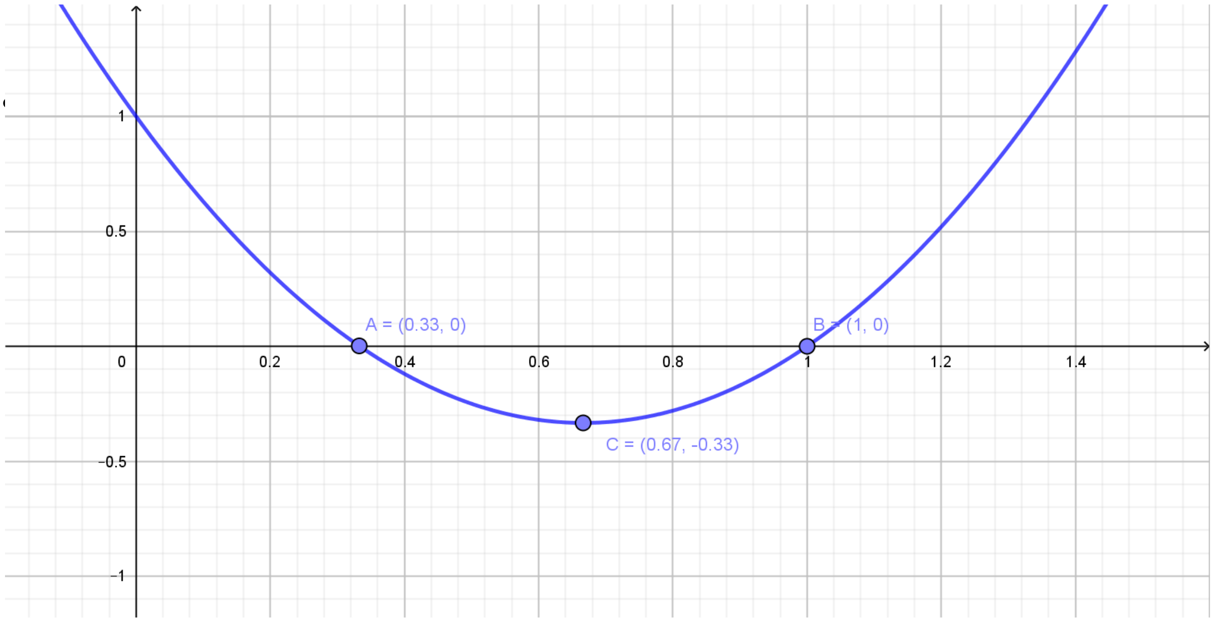
  Cuando t=4,17 se registró un consumo de 1209,66 Mw

  La recta tangente para t=16,89 es C=1584,26

  La recta tangente para t=9 es C=41,68t+955,33

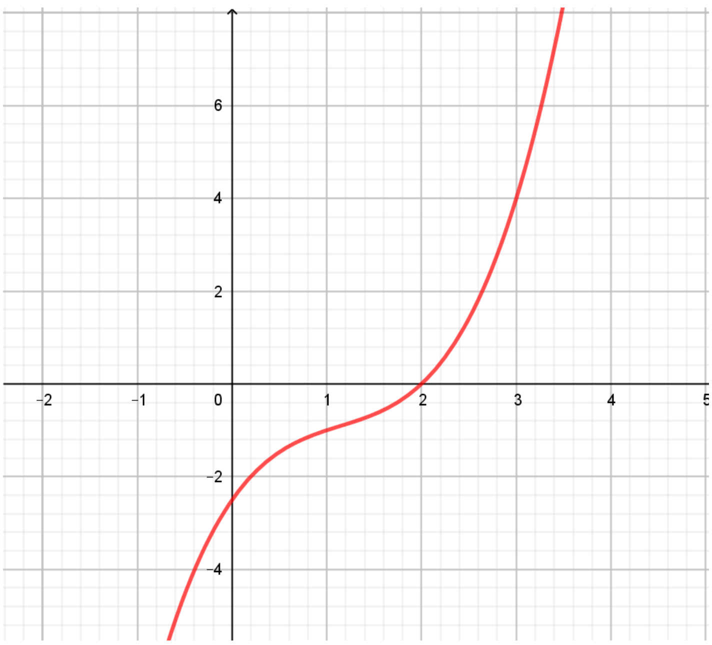
  C(0)=1586,47

- Analizar situaciones problemáticas en las cuales la función tenga un mínimo sin que $f´(x) = 0$. (Función valor absoluto)
- La siguiente imagen muestra la gráfica de $f´(x)$ ¿Qué puedes decir de los intervalos de crecimiento, decrecimiento y concavidad de $f(x)$?



d

El gráfico de la función derivada de una función f(x) es el siguiente:



Observando el gráfico, decidan si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifiquen sus respuestas.

a) La función f(x) es creciente en R.

b) En x=2, la función tiene un mínimo relativo.

Recomendaciones para la instancia evaluativa N ° 1

Se espera que los estudiantes puedan dar cuenta del aprendizaje del concepto de derivada superando la aplicación de técnicas de derivación. Por ello la instancia de evaluación debe incluir una gráfica de funciones simples, la resolución de situaciones problemáticas acordes a las trabajadas en clase que atiendan, no sólo a la ejecución de técnicas y procedimientos, sino al desarrollo de capacidades que muestren una verdadera interpretación de los fenómenos variacionales.

Propuesta para instancia evaluativa N ° 2

Como se espera que los estudiantes puedan realizar transferencias de lo aprendido en situaciones más cercanas a la realidad se propone la elaboración de informes que muestren la capacidad de transferencia favoreciendo así el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo. Es deseable que las investigaciones sean realizadas en forma colectiva pero de grupos pequeños. Por otro lado, y debido a la complejidad del trabajo, se puede disponer del uso paulatino de tiempo dentro del espacio curricular que permita continuar con el curso de las clases. A su vez es recomendable que se habiliten espacios de trabajo virtuales que permitan dar una continuidad a pesar de las contigencias que puedan inducir a un estancamiento en la producción.
A continuación se muestran dos posibles actividades de investigación que pueden ser complementadas y/o modificadas por los docentes a cargo del espacio curricular.

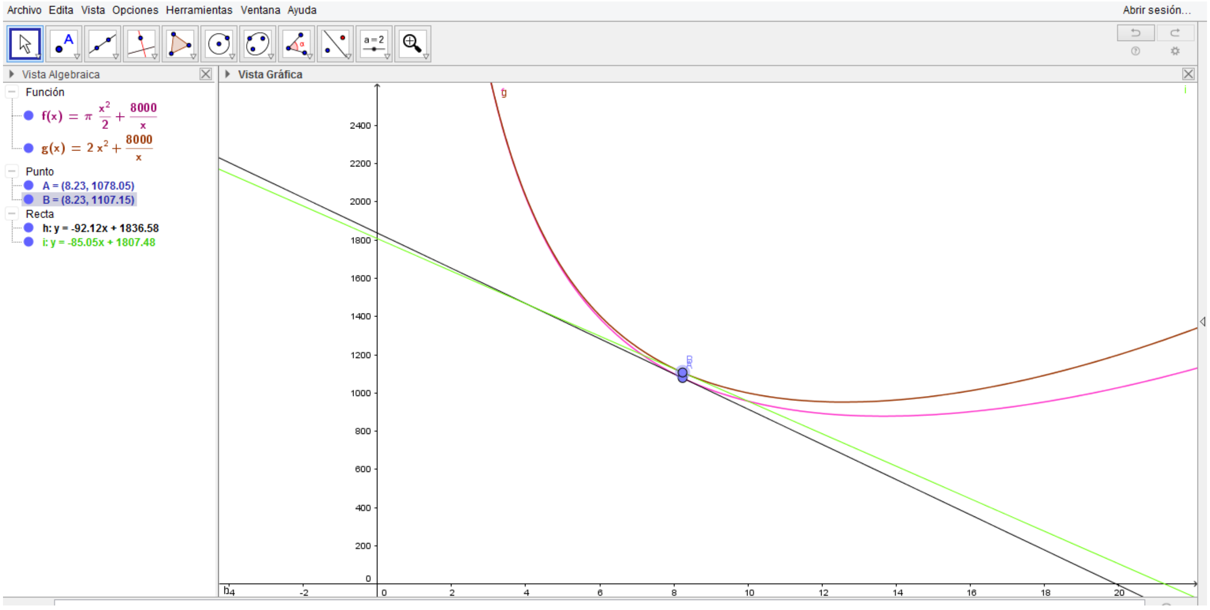
"El envase que conviene"

Un nuevo productor decide lanzarse hacia la comercialización de aceite de oliva. Para establecer los costos, sabe que tiene que considerar la compra de los envases de plástico para embotellar los productos. Entonces se pregunta, ¿conviene mandar a fabricar recipientes cilíndricos o prismáticos? Ayuda a este productor a decidir

Presentar informes con las conclusiones abordadas y sus correspondientes justificaciones

Ayuda para el docente

La idea es que los estudiantes analicen las gráficas de la cantidad de material utilizado para los envases en función del diámetro, en el caso del envase cilíndrico, o en función del lado, en el caso del envase prismático debiendo elegir ellos un determinado volumen.



En el ejemplo anterior cuando el diámetro del cilindro y la longitud del lado del cuadrado del prisma son de 8.23 cm, el material utilizado para el elaborar el envase cilíndrico es de 1107,15 cm^2 contra 1078,05 cm^2 del prismático (conteniendo el mismo volumen)

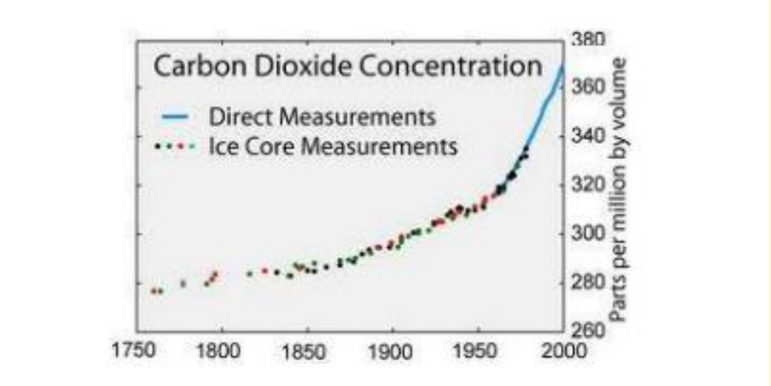
También se puede analizar qué significado tiene la pendiente de la recta tangente en ambos casos, y en otros puntos.

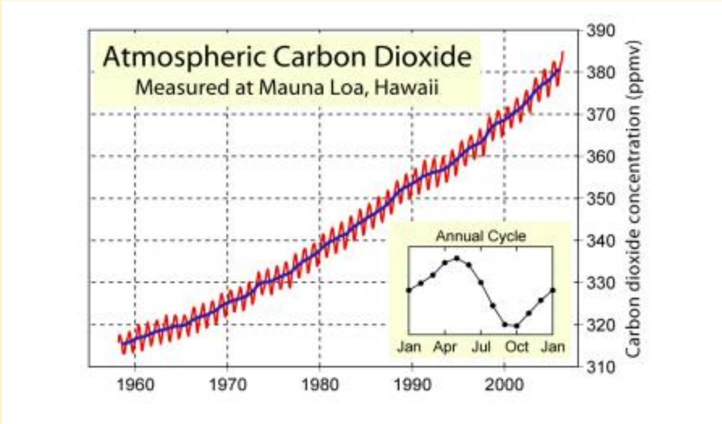
Así se espera un informe que contenga explicaciones por parte de los estudiantes que abarquen aspectos numéricos, algebraicos, gráficos y verbales sobre las ventajas de realizar un envase u otro.

Contaminación por efecto invernadero

Leer la siguiente información y elaborar un informe que muestre, a través de elementos del análisis matemático, cómo ha evolucionado la cantidad de gases en la atmósfera.

Cambios en la cantidad de gases invernadero en la atmósfera en tiempos recientes Debido a que existen distintas fuentes naturales de gases de efecto invernadero, las concentraciones de éstos han fluctuado a lo largo de toda la historia de la Tierra. Sin embargo, las actividades humanas, especialmente las asociadas con la Revolución Industrial, han aumentado las emisiones de gases de efecto invernadero drásticamente desde mediados del siglo XIX. Diversas actividades humanas han alterado la mezcla natural de una amplia gama de gases que desempeñan un papel importante en la determinación del clima. Nuestro objetivo aquí, sin embargo, será analizar las alteraciones en los niveles de dióxido de carbono desde la era preindustrial. Mediciones directas de la concentración atmosférica de CO2 se han registrado desde 1958. Desde aquel momento hasta hoy, la concentración ha aumentado de 315 partes por millón (ppm) a 380 ppm (en 2006). La primera gráfica, muestra los datos de concentración de CO2 entre 1958 y 2000. El recuadro en una de las gráficas muestra la variación anual que refleja los cambios estacionales, ya que las plantas en el hemisferio norte, comienzan a crecer cada primavera, y eliminan CO2 desde del aire a través de la fotosíntesis, lo que se refleja en la gráfica anual. El efecto opuesto aparece en cada otoño. Para examinar la concentración de CO2 en la atmósfera antes de 1958, los científicos se basan en datos obtenidos de las burbujas atrapadas en los hielos polares. Aunque no son tan precisas como las mediciones directas en la atmósfera, estos datos se correlacionan bien con las mediciones directas durante los períodos en que los dos conjuntos de datos se superponen, lo que nos proporciona la confianza de que los registros de hielo son realmente exactos El siguiente gráfico, que incluye tanto medidas directas y los datos obtenidos de las burbujas de aire en los hielos polares, muestra que los niveles de dióxido de carbono han ido en constante aumento desde al menos 1850, y han aumentado considerablemente desde alrededor de 1950. Este aumento corresponde a un período de un dramático aumento de las emisiones de CO2 de la quema de combustibles fósiles que se han utilizado a partir de la Revolución Industrial

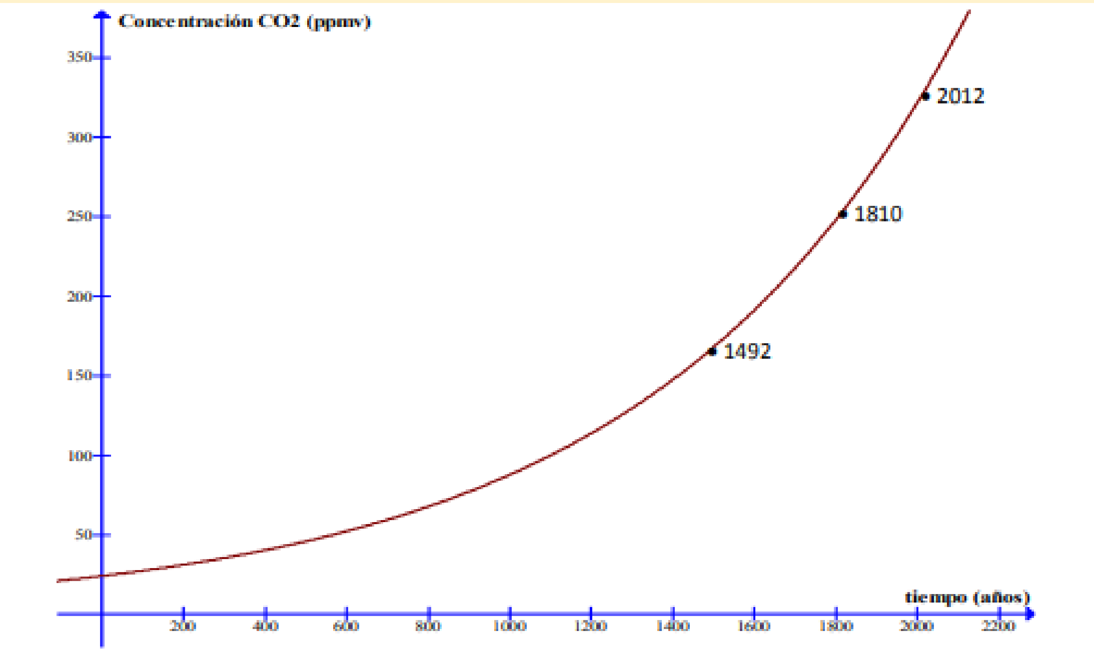




Por tanto, la función (modelo matemático) que representa los índices de contaminación sería la siguiente:

$$f(t) = e^{(0.0013t + 3.17)}$$

Donde t es el tiempo en años y f(t) se mide en ppm (partes por millón). La gráfica que se obtendría sería:



Recomendaciones para el docente

Distribuir las actividades en un nivel de profundidad que permitan que el Eje termine al finalizar el mes de mayo, incluyendo las instancias evaluativas.

- *Segundo conjunto de actividades –*

Tiempo estimado: 6 hs cátedra

Objetivos

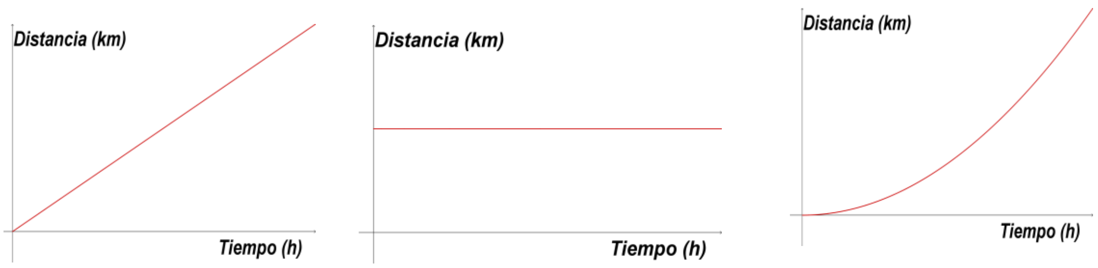
- Reconocer que el cálculo de áreas tiene una fuerte implicancia en la resolución de situaciones problemáticas pero las mismas no representa el universo de aplicabilidad del concepto de integral.
- Realizar el cálculo de integrales de una función mediante aproximaciones por sumas superiores e inferiores, valorando la posibilidad de mejorar las estimaciones pero destacando la necesidad de métodos más exactos.

Se presentan a continuación dos actividades que deberían ser desarrolladas y corregidas en 2 horas cátedra. Las mismas buscan:

- Profundizar la comprensión de magnitudes que intervienen en una situación problemática del ámbito extramatemático.
- Aproximar al cálculo de áreas bajo la curva de funciones con tramos constantes para facilitar la comprensión en otro tipo de funciones.

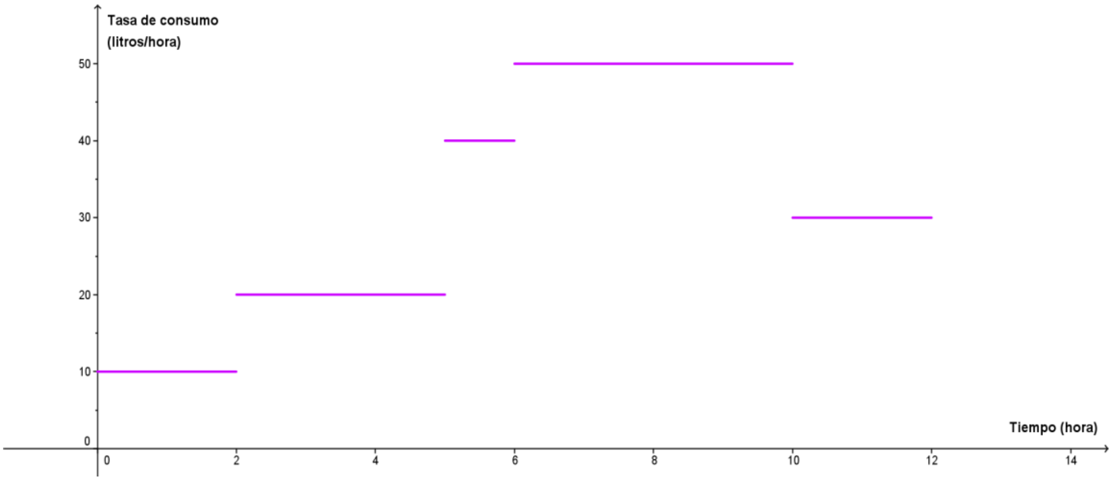
Actividad N°2.1

Si un vehículo se mueve a velocidad constante, ¿Cuál de los siguientes gráficos podría representar el espacio recorrido luego de cierto tiempo?¿Por qué?



Actividad N°2.2

En una fábrica es necesario variar el consumo de agua a medida que pasan las horas de un día para poder afrontar el nivel de producción diaria. El siguiente gráfico muestra cómo varía esa necesidad de agua



¿Cuántos litros de agua serán consumidos diariamente en esa fábrica durante las primeras doce horas del día?

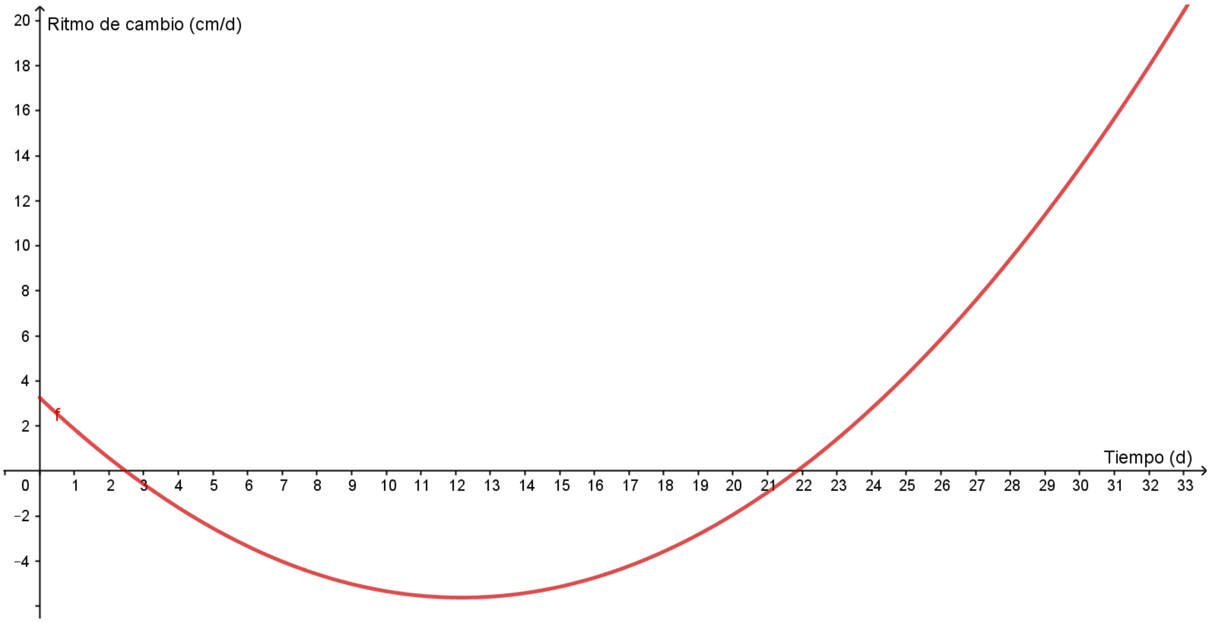
Actividad N°2.3

Objetivos

- Posibilitar un aprendizaje de la integral más significativo que como un proceso de antiderivación.
- Introducir el cálculo de áreas bajo la curva en funciones no constantes.
- Introducir el concepto de integral definida junto con la simbología adecuada.
- Valorar el uso de recursos tecnológicos para mejorar las aproximaciones efectuadas manualmente.

Tiempo Estimado: 4 hs cátedra

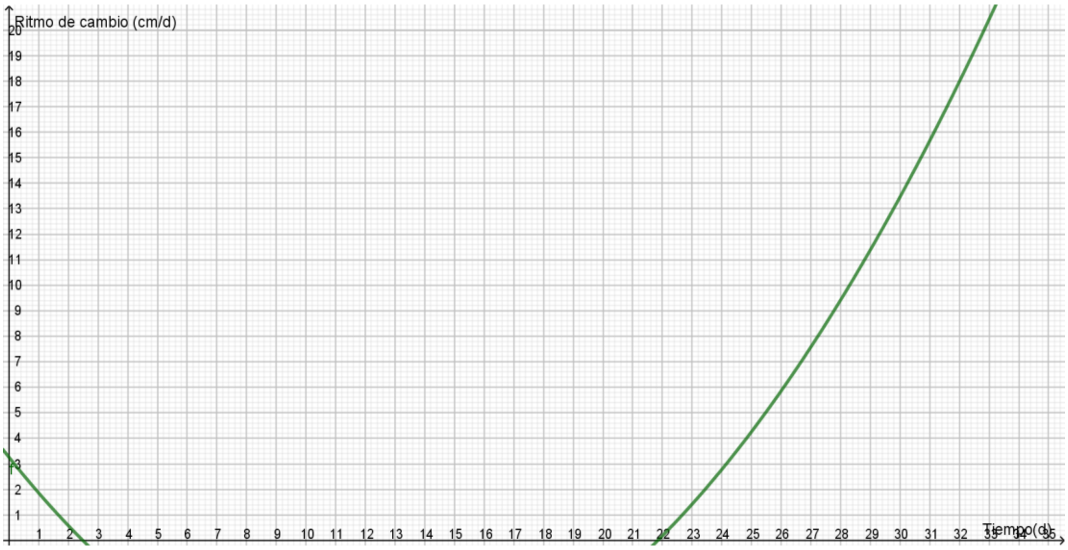
A continuación se presenta el gráfico del Ritmo de Cambio del Nivel del Agua por día de un dique para el mes de diciembre de 2016.



a) Analice la información brindada por la gráfica e indique en qué períodos existió aumento del nivel del dique y en qué períodos existió disminución de ese nivel.

b) Supongamos que se considera un crecimiento favorable del nivel de agua en el dique cuando existió un crecimiento de 60 cm. ¿Podría pensarse que existió un crecimiento favorable en los últimos cinco días del mes?

c) El docente, si lo considera, puede otorgar una imagen que favorezca los cálculos manuales



d) Sabiendo que la expresión algebraica de la función ritmo de cambio del Nivel de Agua por día es $R(t) = 0{,}06t^2 - 1{,}46t + 3{,}26$ comprueba las aproximaciones del inciso b con los comandos de Geogebra Suma Superior y Suma Inferior. ¿Puedes concluir si el crecimiento en la última semana fue o no favorable?

e) ¿Cómo harías para saber si finalmente el dique aumentó o disminuyó de altura en el mes de diciembre de ese año? ¿Puedes cuantificar ese cambio?

Recomendaciones para el docente

El primer ítem permitirá analizar la función nivel del dique en diferentes tramos realizando un exhaustivo análisis de la información brindada por el gráfico ritmo de cambio del nivel del dique. Comparar ritmos de cambio positivos crecientes o decrecientes en contraposición a tasas de variación negativas crecientes o decrecientes son el camino para establecer en qué tramos el nivel del dique es creciente o decreciente. No se espera que este apartado sea resuelto con facilidad por los estudiantes, se espera que el docente interrogue, guíe, evalúe y ejemplifique las posiciones de los estudiantes para que todos logren la comprensión buscada.

Luego para realizar el ítem b el docente puede ayudarse de las actividades previas que ya permitieron introducir la sumatoria de áreas de rectángulos. La diferencia es que ahora la tasa de variación no se mantiene constante sino que se modifica a cada instante. Es muy importante que el docente efectúe preguntas que permitan inferir que mientras menor es la base del rectángulo menor error tendrá la aproximación obtenida.

Como los estudiantes realizarán estimaciones que serán insuficientes para dar una respuesta certera se hará necesaria la introducción del software Geogebra con el cual podrán acceder a estimaciones más precisas. Usando el comando sumas superiores y sumas inferiores, en el que sólo se cargan la función, el límite inferior, superior y la cantidad de rectángulos, los estudiantes visualizarán como el área bajo la curva no abarcada por los rectángulos disminuye al aumentar el número de rectángulos. También notarán que la aproximación de las sumas superiores se acerca a la aproximación de las inferiores a medida que la longitud de la base del rectángulo se acerca a 0. Es muy importante que se deje de forma clara, las aproximaciones realizadas en alguna tabla, y para distintos intervalos, porque serán utilizadas en una instancia posterior.

Con todo lo realizado se pueden presentar todos los primeros conceptos teóricos asociados a la integral definida.

Para responder la última pregunta los estudiantes necesitarán saber cuánto subió en total el nivel de agua frente a cuanto bajó. Se recomienda usar el uso del comando de Geogebra "inspección de función de Geogebra". Así podrán ver que no siempre el concepto de integral definida se corresponde con el de área bajo una curva.

A continuación se pueden definir sumas de Riemann y luego avanzar en la definición final de integral definida.

Para complementar la actividad se puede dar a los estudiantes la gráfica de alguna función simple con tramos positivos y negativos junto a su representación algebraica y solicitarles que estimen el área y la integral bajo la curva y lo comparen con las estimaciones que brinda el software.

Posteriormente, se pueden abordar aspectos más formales como condiciones de integrabilidad, junto a propiedades y teoremas asociados.

Actividad N°2.4

Objetivos

- Reconocer la posibilidad de que una función tenga como imágenes el área bajo la curva de otra función.
- Brindar elementos que permitan comprender el Teorema Fundamental del Cálculo.

Tiempo estimado: 1 hs cátedra.

a) Considere la función constante f(x)=2 encuentra una función $l(x)$que otorgue el área bajo la curva en el intervalo [2,t]

b) La $l(x)$, ¿ también serviría para el intervalo [3,t]?. ¿O debería ser una nueva función $s(x)$?

Recomendaciones para el docente

Los estudiantes podrían graficar la función f(x)=2, luego confeccionar alguna tabla de valores en la cual plasmen el valor de las áreas para distintos intervalos. Todo esto permitirá que construyan la función requerida. El docente podría agregar a la gráfica de f(x) la gráfica de $l(x)$.

El ítem b puede ser resuelto siguiendo el mismo camino del punto anterior. También sería conveniente el agregado de la recta que brinda las áreas en el intervalo [3,t].

Una cuestión que podría agregar el docente es preguntarles a los estudiantes que suceden si derivan $l(x)$ y $s(x)$.

Luego el docente puede definir a la integral indefinida, hablar del proceso de antiderivación y presentar técnicas de integración directas y fáciles.

Actividad N°2.5

Objetivos

Brindar elementos que permitan comprender el Teorema Fundamental del Cálculo.

Tiempo estimado: 3 hs cátedra

a) Supongamos que los desechos líquidos de una fábrica son arrojados mediante conductos internos a una pileta que se encuentra vacía, desde las 00 hs hasta las 18 hs todos los días, a un ritmo de $R(t) = 2t$, con *R* medido en litros por hora y *t* en horas.

b) ¿Con qué función $l(t)$ podrían conocer la cantidad de litros que tiene la pileta en función de las horas transcurridas desde *t=0*?

c) Toma tres puntos cualesquiera pertenecientes al intervalo (0,18) y completa la siguiente tabla. Luego establece una conclusión

$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{R(t)}$	$\boldsymbol{l'(t)}$

Recomendaciones para el docente

Para resolver la primera actividad los estudiantes podrían realizar la gráfica de la función $R(t) = 2t$y calcular el valor del área bajo la curva para distintos intervalos que inicien en t=0.

Tiempo (h)	**Litros en la pileta**
[0,1]	2
[0,2]	4
[0,3]	9

Visualizar esa tabla, con más o menos puntos, permitirá establecer que la función que brinda la cantidad de litros presentes en la pileta es $l(t) = t^2$. Posteriormente pueden completar la tabla correspondiente al el ítem b y establecer conclusiones.

Una actividad esencial a realizar luego de todo este recorrido es presentar y demostrar el Teorema Fundamental del cálculo.

Posteriormente se debe presentar y demostrar el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo y ejemplificar su aplicación con actividades como calcular la función $G(x) = \int_3^x t^2\, dt$

Luego de todo este recorrido los estudiantes deberán profundizar en técnicas de integración y abordar aplicaciones del concepto integral como área entre dos curvas, longitud de una curva, momentos y centro de masa, trabajo, presión de un fluido o volumen de sólidos de revolución. También es conveniente abordar el Teorema del Valor Medio para integrales, valor medio de una función en un intervalo y el segundo teorema fundamental del cálculo.

Todo este conjunto de actividades junto con la instancia evaluativa correspondiente debería estar concluida a principios del mes de septiembre.

Recomendaciones para la instancia evaluativa N ° 2

Debido al recorrido efectuado para el concepto de integral se espera una evaluación que repase las aplicaciones y técnicas abordadas pero que también revise los aspectos abstractos y teóricos a través de preguntas como: ¿el valor de $\int_a^b f(x)dx$ debe ser siempre positivo?, si $\int_a^b f(x)dx > 0$entonces ¿$f$es no negativa para todas las$x$en $[a, b]$?, si $F'(x) = G'(x)$sobre el intervalo cerrado $[a, b]$entonces ¿$F(b) - F(a) = G(b) - G(a)$?,

- *Tercer conjunto de actividades* -

Actividad 3.1

Objetivos

- reforzar los conocimientos previos de los estudiantes acerca del cálculo integral
- iniciar el aprendizaje de las integrales impropias

Tiempo estimado: 4 hs cátedra

Analizar la veracidad del siguiente cálculo $\int_{-3}^{2} \frac{1}{x} dx = ln(2) - ln(-3)$

Recomendaciones para el docente

En una primera instancia, es posible que los estudiantes apliquen directamente la Regla de Barrow y que validen la igualdad. Si esto sucediera es una muy buena opción analizar qué dice el software Geogebra con respecto a esa integral. Seguramente empezarán a crearse variadas afirmaciones acerca de lo que sucede con la función 1/x y la existencia o no de la integral. Como es muy probable que los estudiantes piensen que si una función no está acotada en intervalo no es posible que converja el docente les puede pedir que, ayudados con Geogebra, resuelvan la siguiente actividad

Actividad 3.2

Analicen la siguiente integral $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x)}}$.

Actividad 3.3

¿Qué tienen en común (y que no) las siguientes integrales:$\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$y $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$?

Recomendaciones para el docente.

Observar que ambas integrales no está acotadas tal vez les hace pensar a los estudiantes que ambas no convergen, pero al experimentar con Geogebra notarán que una si tiene resultado mientras que la otra diverge. Luego de todas estas ideas preliminares el docente puede definir y caracterizar las integrales impropias de primera y de segunda especie, así como ejemplificar con las cuatro integrales propuestas anteriormente como analizar si convergen o divergen.

Actividad 3.4

¿Se puede saber a cuánto equivale el valor total de una superficie si a un cuadrado de 1 cm de lado siempre se le agrega un rectángulo cuya área es la mitad del rectángulo anterior?

Recomendaciones para el docente

Esta situación problemática puede abordarse de varias formas, tal vez los estudiantes ya advertidos en que no siempre una suma infinita da como resultado un valor infinito, no se aventuren a establecer una respuesta y se dispongan a realizar aproximaciones numéricas. El profesor puede acompañar con la visualización geométrica y con la construcción de una tabla que muestre las áreas que se van agregando y el resultado de la suma parcial. Luego de obtener los resultados correspondientes el docente puede simplificar todo el proceso realizado mediante la presentación de la serie correspondiente. A su vez puede aprovechar el proceso de experimentación para definir y abordar el concepto de serie. Posteriormente puede introducir el criterio de la integral y otros criterios simples para analizar la convergencia de series.

Otro aspecto a tener en cuenta es la posibilidad de plantear un espacio de lectura y reflexión acerca de las paradojas históricas que rodean estos conceptos.

Bibliografía

Spivak, M. (2005). *CÄLCULUS- Cálculo Infinitesimal*. Barcelona, España: Editorial Reverté.

Larson, R; Hostejler, R y Edwards, B. (2006). *Cálculo I. Octava Edición*. México D.F.,México: Editorial Mc. Graw Hill.

---

[i] **Equipo de trabajo:**

Viviana Audisio – Pamela Chirino – Nicolás Gerez Cuevas – Héctor Gramaglia – Natalia Heredia – Fernanda Viola.

Contacto: vgaudisio@gmail.com